Análisis Matemático II (Grupos A, B y C)

Examen Final 4 de septiembre de 2001

Apellidos:

Nombre:

*Esta primera parte del examen dura **una hora y media.** La valoración de las preguntas es: **1** (1.5 puntos); **2** (2.5 puntos).*

1 Prueba que todas las normas son equivalentes en $\mathbb{R}^n$.

2 Enuncia y demuestra la condición suficiente de diferenciabilidad.

Sea $f(x,y) = \begin{cases} x^\alpha \arctan \dfrac{y}{x}, & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$

Supongamos que $\alpha > 1$. Calcula las derivadas parciales de f en $\mathbb{R}^2$. ¿Es f diferenciable en $(0,0)$?

Análisis Matemático II

Examen Final 4 de septiembre de 2001

Apellidos:

Nombre:

Esta segunda parte del examen dura ***dos horas.*** *Cada problema vale 3 puntos.*

1 Prueba que la función $f(x,y,z) = x + 2y + z$ alcanza extremos absolutos en

$$M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + z^2 = 1, \ y^2 + z^2 \leq 1\}$$

y calcúlalos.

Determina si f tiene un extremo relativo condicionado a M en el punto $(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$.

2 Consideremos el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x + y + az + bt &= 3 + a + b \\ x^3 + y^4 + z^4 + t^2 &= 4 \end{aligned}$$

donde a y b son dos parámetros reales.

1. Comprueba que en un entorno del punto $(1, 1)$, podemos definir una función indefinidamente diferenciable $(x, y) = g(z, t)$ de modo que $g(1, 1) = (1, 1)$.

2. ¿Qué relación deben verificar a y b para que g sea localmente invertible en un entorno de $(1, 1)$?

3. ¿Para qué valores de a y b es el punto $(1, 1)$ un punto crítico de la función g_1, primera componente de g?

4. Para esos valores calculados en el apartado anterior, ¿es el punto $(1, 1)$ extremo de g_1?