



Análisis Matemático II

Examen final

07/09/04

Apellidos: _____

Nombre: _____

Nota:

DEPARTAMENTO DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

**Esta parte del examen dura una hora y cuarenta y cinco minutos.
La primera pregunta vale 2 puntos y la segunda 3 puntos**

1. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Enuncia el concepto de diferenciabilidad. Prueba que toda función diferenciable es continua. Plano tangente: ecuación.

¿En qué puntos la gráfica de la función $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ tiene un plano tangente que es paralelo al plano de ecuación $x + z = 0$?

2. Enuncia los teoremas de la función inversa e implícita.

Justifica la existencia de dos abiertos A y B de \mathbb{R}^2 tales que $(1, 1) \in A$, $(0, 1) \in B$, y para cada $(x, y) \in A$ existe un único $(u, v) \in B$ tales que

$$\begin{cases} xe^u + ye^v = 1 + e \\ ue^x + ve^y = e \end{cases}$$

Calcular la matriz jacobiana en $(1, 1)$ de la función $(x, y) \rightarrow (u(x, y), v(x, y))$.



Apellidos: _____

Nombre: _____

Nota:

--

DEPARTAMENTO DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

**Esta parte del examen dura dos horas.
Cada ejercicio vale 2.5 puntos**

1. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(xy) - xy}{x^2y}, & \text{si } x \neq 0, y \neq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

1. Estudia la continuidad de f .
2. Estudia la existencia de derivadas parciales en los ejes coordenados. ¿Es f diferenciable en esos puntos?
3. Calcula las derivadas cruzadas de f en el origen.

Indicación: Calcula previamente $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} t - t}{t^3}$.

2. Sea $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x + y + z = 1, x - y + 2z = 2\}$. ¿Es A un conjunto acotado? ¿Y cerrado? ¿Es compacto? Estudia los extremos de la función $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ en A , mediante el teorema de los multiplicadores de Lagrange y sin el uso de tal teorema.