



DEPARTAMENTO DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

Análisis Matemático II

Examen final

10/09/04

Apellidos: _____

Nombre: _____

Nota:

**Esta parte del examen dura una hora y cuarenta y cinco minutos.
La primera pregunta vale 3 puntos y la segunda 2 puntos**

-
- 1.** Teorema de Taylor para funciones $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. (Polinomio de Taylor y resto de Lagrange).
Escribe el polinomio de Taylor de segundo orden en el punto $(1, 1)$ de la función $f(x, y) = x^y$.

2. Consideremos las ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 st + yt^2 = -1 \\ \log(x - s) + yt^s = \log 2 \end{cases}$$

prueba que en un entorno del punto $(x, y, s, t) = (1, 0, -1, 1)$ define una función implícita $x = x(s, t), y = y(s, t)$ así como $s = s(x, y), t = t(x, y)$. Calcula a y b para que la función $x(s, t) + y(s, t) + as + bt$ tenga un punto crítico en $(-1, 1)$.



DEPARTAMENTO DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

Análisis Matemático II

Examen final

10/09/04

Apellidos: _____

Nombre: _____

Nota:

**Esta parte del examen dura dos horas.
Cada ejercicio vale 2.5 puntos**

1. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(xy) - xy}{xy^2}, & \text{si } x \neq 0, y \neq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

1. Estudia la continuidad de f .
2. Estudia la existencia de derivadas parciales en los ejes coordenados. ¿Es f diferenciable en esos puntos?
3. Calcula las derivadas cruzadas de f en el origen.

Indicación: Calcula previamente $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\arctan t - t}{t^3}$.

2. Sea $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: xy^2z^3 = 6\sqrt{3}\}$. ¿Es A un conjunto acotado? ¿Y cerrado? ¿Es compacto? Calcula los puntos de A más próximos al origen de coordenadas. ¿Cuál es la ecuación del plano tangente a la superficie anterior en el punto que está en el primer octante?