Universidad de Sevilla
Departamento de
Análisis Matemático

Análisis Matemático II

Examen Final 5 de diciembre de 2003

El examen se compone de 4 preguntas. Dispones de **tres horas y media**. La primera pregunta tiene un valor de **2.5 puntos**, la segunda **2 puntos**, la tercera **2.5 puntos** y la cuarta **3 puntos**. Indica a qué grupo perteneces.

Apellidos:

Nombre:

GRUPO		
A	**B**	**C**

1. Expresión matricial de la regla de la cadena

Aplicación: Consideremos las funciones

$$\mathbf{f}(x,y,z) = (2x+2y+2z, x^2+y^2+z^2)$$
$$\mathbf{g}(s,t) = (s, t, \log(s+t^2-14), 6\sqrt{s+t})$$

Justifica que la función $\mathbf{h} = \mathbf{g} \circ \mathbf{f}$ es diferenciable en el punto $(1,1,1)$. Calcula la matriz jacobiana de $D\mathbf{h}(1,1,1)$.

2. Enuncia y demuestra la condición suficiente (criterio de la derivada segunda) para la existencia de extremos relativos.

3. Sea $f(x,y) = x + 3y$ si $y \geq 0$, $f(x,y) = \arctan x + \operatorname{sen} 3y$ si $y < 0$.

3.1. Estudia la continuidad de f.

3.2. Calcula las derivadas direccionales $D_{(2,3)}f(0,\pi/6)$ y $D_{(2,3)}f(0,-\pi/6)$.

3.3. Calcula $D_1f(0,0)$ y $D_2f(0,0)$.

3.4. ¿Es f diferenciable en el origen?

4. **4.1.** Prueba que la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por: $f(x, y) = x^2 + (y - \sqrt{3})^2$ alcanza extremos absolutos en el conjunto $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 4, \; x \leq 1\}$ y calcúlalos.

4.2. Prueba que f restringida a M no tiene un extremo relativo en el punto $(1, \sqrt{3})$.

4.3. Interpreta geométricamente el problema de extremos planteado.