

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Grupos A y B ■ 21 de septiembre de 2007

Apellidos: _____ Nombre: _____

1	2	3	4	Nota	Grupo	
					A	B

*El examen consta de esta única parte, con una duración de **3 horas**. Indica el grupo al que perteneces. Las preguntas 1 y 4 tienen un valor de **2 puntos** las preguntas 2 y 3 de **3 puntos**. Escribe con claridad y precisión. Procura ceñirte al espacio proporcionado en cada ejercicio*

1. Sea $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Define el concepto de f diferenciable en $a \in A$.
Enuncia y demuestra la condición suficiente de diferenciability.

2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \begin{cases} \log(1 + y - x), & \text{si } y \geq x \\ \text{sen}(y - x), & \text{si } y < x \end{cases}$

1. Prueba que f es de clase C^1 en \mathbb{R}^2 .

2. ¿Existe $D_{1,2}f(a, a)$?

3. Si $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $g(t) = (\arctan t, \log t)$, calcula razonadamente la matriz jacobiana de $g \circ f$ en $(1, e)$ y la derivada de $f \circ g$ en 1.

3. Sea $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 3y^2 + 1$.

1. Calcula, si existen, los extremos relativos y absolutos de f en \mathbb{R}^2 .
2. Calcula, si existen, los extremos relativos y absolutos de f en el conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 = 9\}$.
3. Deduce de los apartados anteriores los extremos relativos y absolutos de f en el conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 9\}$.

4. Enuncia los teoremas de la función inversa y de la función implícita.

Consideremos el sistema

$$\begin{cases} x + y + z - u = 0 \\ x^2 + y^2 - z - u^3 = 0. \end{cases}$$

1. Prueba que define dos funciones implícitas $z(x, y)$, $u(x, y)$ de clase C^∞ en un entorno del punto $(1, 0)$ verificando $z(1, 0) = 0$, $u(1, 0) = 1$.
2. Sea $\mathbf{F}(x, y) = (z(x, y), u(x, y))$ la función obtenida en el apartado anterior. Prueba que \mathbf{F} es localmente invertible en un entorno del punto $(1, 0)$. Calcula $D\mathbf{F}^{-1}(0, 1)$.