Análisis Matemático II

Examen Final 20 de noviembre de 2007

Grupo	
A	**B**

Apellidos:

Nombre:

Indica el grupo al que perteneces. La duración del examen es de **3 horas**. La puntuación asignada a cada pregunta es la siguiente: preguntas 1 y 3, **2.5 puntos** cada una; pregunta 2, **3 puntos** y pregunta 4, **2 puntos.**

1. Enuncia y demuestra el teorema de caracterización de aplicaciones lineales y continuas entre espacios normados. Demuestra que todas las aplicaciones lineales de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ son continuas.

2. Sea $f(x.y) = |x - y|x$.

a) Estudia la continuidad de f y calcula las derivadas parciales donde existan.

b) Estudia la diferenciabilidad de f.

c) Calcula, si existe, la derivada cruzada $D_{1,2}f(0,0)$. ¿Es f dos veces diferenciable en el origen?

d) Sea $\mathbf{g} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $\mathbf{g}(t) = (t, \arctan t)$. Calcula razonadamente$(f \circ \mathbf{g})'(t)$ usando la regla de la cadena.

3. Utilizando el teorema de los multiplicadores de Lagrange calcula los extremos relativos y absolutos, si existen, de la función $f(x,y) = xy$ en el conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$.

4. Enuncia el teorema de la función implícita.

Consideremos el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x \operatorname{sen} y + y \operatorname{sen} z + z \operatorname{sen} x = -\pi/2 \\ (x-y)\cos(y-z) = -\pi \end{cases}$

a) Encuentra el valor de $a = a_0$ para que el punto $P(a, \pi/2, \pi/2)$ sea solución del sistema. Comprueba que para ese valor de a, el sistema anterior define a y, z como funciones de clase $\mathcal{C}^\infty$ de x en un entorno de P.

b) Sea $F(x,t) = (y(x)+t, z(x)+t)$. ¿Es F localmente invertible en un entorno de $(a_0, 1)$?