

# ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Grupos A y B ■ 5 de septiembre de 2008

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	Nota	Grupo	
					A	B

*El examen consta de esta única parte, con una duración de **3 horas**. Indica el grupo al que perteneces. Las preguntas 1 y 4 tienen un valor de **2 puntos** las preguntas 2 y 3 de **3 puntos**. Escribe con claridad y precisión. Procura ceñirte al espacio proporcionado en cada ejercicio*

**1.** Sea  $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Define los conceptos de  $f$  diferenciable en  $a \in A$  y de derivada según la dirección de un vector no nulo  $u$  en  $a$ . Enuncia y demuestra la relación existente entre ambos conceptos.

Sea  $f(x, y) = \frac{x^5}{(y - x^2)^2 + x^8}$ , si  $(x, y) \neq (0, 0)$ ;  $f(0, 0) = 0$ . Calcula las derivadas direccionales en el origen. ¿Es diferenciable en ese punto? ¿Y continua?

**2.** Sea  $f(x, y) = |y^2 - x^3|$ . Estudia las derivadas parciales de segundo orden de  $f$  en el origen de coordenadas.

**3.** Estudia la función  $f(x, y) = x^2 + xy$  en la región plana  $x^2 + y^2 \leq 2y$ , contestando razonadamente las siguientes preguntas: ¿Tiene  $f$  extremos absolutos? ¿Tiene  $f$  extremos relativos en el interior de la región? ¿Es el punto  $(0, 0)$  extremo relativo?

4. Se considera el sistema de ecuaciones

$$x + y + z = 0, \quad x - y - 2xz = 0,$$

que define una curva plana en  $\mathbb{R}^3$ .

1. Prueba que en un entorno de  $z = 0$  el sistema define una función implícita  $\mathbf{g}(z) = (x, y)$  tal que  $\mathbf{g}(0) = (0, 0)$  (parametrizamos esa curva con la altura). Calcula el vector tangente  $\mathbf{g}'(0)$ .
2. Comprueba que en un entorno de  $z = 0$ ,  $\mathbf{g}(z) = \left( \frac{z}{2z-2}, \frac{z-2z^2}{2z-2} \right)$ .
3. Prueba que en un entorno de  $x = 0$  el sistema define una función implícita  $\mathbf{h}(x) = (y, z)$  tal que  $\mathbf{h}(0) = (0, 0)$  (parametrizamos la curva con la abscisa). Calcula  $\mathbf{h}'(0)$ .
4. Calcula explícitamente la función  $\mathbf{h}$  del apartado anterior.
5. ¿Qué representan geoméricamente los vectores  $(-1/2, -1/2, 1)$  y  $(1, 1, -2)$ ?