Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables (Grupo A) 09/05/01

Apellidos:______________________________ **Nombre:**____________________

1. En las siguientes integrales iteradas, intercambia el orden de integración:

$$\int_{\pi}^{a} dx \int_{\tan x}^{x} f(x,y)\, dy, \qquad \int_{0}^{\log 6} dy \int_{(5-\sqrt{1+4e^y})/2}^{(5+\sqrt{1+4e^y})/2} f(x,y)\, dx.$$

(Nota: a es el único número real del intervalo $(\pi, 3\pi/2)$ tal que $\tan a = a$).

2. Consideremos el recinto del plano euclídeo determinado por las desigualdades $x^2 + y^2 \leq 20$, $y \geq x + 2$. Realiza el cambio a coordenadas polares, que denotamos por (r, t), y expresa su área como integrales iteradas de la forma indicada.

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{\alpha_1(t)}^{\alpha_2(t)} r\, dr.$$

t_1	
t_2	
$\alpha_1(t)$	
$\alpha_2(t)$	

3. Consideremos el recinto del espacio euclídeo determinado por las desigualdades $x^2+y^2+z^2 \leq 2$, $x^2+y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$. Cambia las coordenadas a esféricas, que denotamos (r, s, t), y expresa el volumen de tal recinto como integrales iteradas de la forma

$$\int_{s_1}^{s_2} ds \int_{r_1(s)}^{r_2(s)} dr \int_{t_1(r,s)}^{t_2(r,s)} r^2 \cos t\, dt + \int_{s_3}^{s_4} ds \int_{r_3(s)}^{r_4(s)} dr \int_{t_3(r,s)}^{t_4(r,s)} r^2 \cos t\, dt.$$

s_1		s_3	
s_2		s_4	
$r_1(s)$		$r_3(s)$	
$r_2(s)$		$r_4(s)$	
$t_1(r,s)$		$t_3(r,s)$	
$t_2(r,s)$		$t_4(r,s)$	

Firma: