

Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables
Examen Final 10 de septiembre de 2001

Grupo		
A	B	C

Apellidos:

Nombre:

Esta parte del examen dura una **una hora y media**. Cada pregunta vale 1.5 puntos.

1. Enuncia y demuestra el teorema de aproximación de funciones medibles no negativas por funciones simples, medibles y no negativas.

- 2.** Define el concepto de campo conservativo. Enuncia condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial, definido en un conjunto abierto y conexo de \mathbb{R}^n , sea conservativo.

Demuestra el lema de Poincaré: En los conjuntos abiertos y convexos de \mathbb{R}^n , un campo de clase \mathcal{C}^1 es conservativo si y sólo si su 1-forma diferencial asociada es cerrada.

Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables
Examen Final 10 de septiembre de 2001

Grupo		
A	B	C

Apellidos:

Nombre:

Esta parte del examen dura **dos horas**. El primer ejercicio vale **2.5 puntos** y el segundo **3.5 puntos**.

1. Sea $f(x, y) = \frac{1}{x^4 + y^2}$.

- a) ¿Es f integrable en \mathbb{R}^2 ?
- b) ¿Y en el conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$?
- c) ¿Y en el conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 + 1\}$?

2. Consideremos el recinto

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq y + 3\}$$

- a) Proyecta el recinto en los planos $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$. Escribe su volumen como integrales iteradas de la forma

$$\int dx \int dy \int dz, \quad \int dy \int dz \int dx, \quad \int dx \int dz \int dy$$

Mediante un cambio de variables adecuado en la primera de ellas, calcula el volumen de M .

- b) Si S es la superficie $x^2 + y^2 \leq 4$, $z = y + 3$, calcula el flujo del campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (x, 0, -z)$ a través de S , orientada de modo que el vector normal es $(0, 1, -1)$ mediante los teoremas de Gauss y Stokes.