Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables

Grupo A ■ 2 de junio de 2005

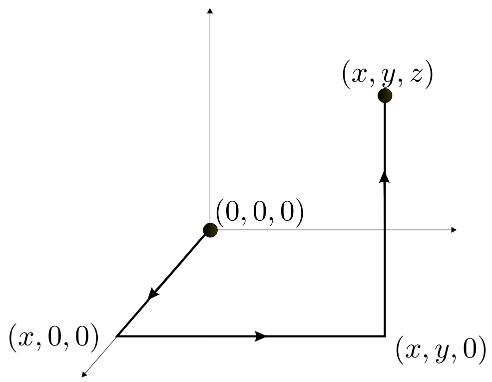
Apellidos:______________________________ **Nombre:**________________

---

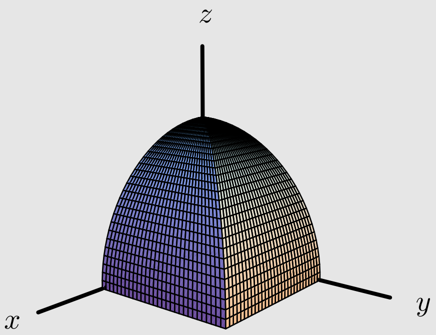
1. Define el concepto de campo conservativo. Enuncia una condición necesaria y suficiente para que un campo sea conservativo en $\mathbb{R}^3$. ¿Qué resultados necesitarías para demostrar la condición necesaria y suficiente que has enunciado?
Prueba que el campo vectorial

$$\mathbf{f}(x,y,z) = \left(\operatorname{arc\,tg} y + \frac{z}{1+x^2}, \operatorname{arc\,tg} z + \frac{x}{1+y^2} \operatorname{arc\,tg} x + \frac{y}{1+z^2} \right)$$

es conservativo en $\mathbb{R}^3$. Calcula la función potencial integrando a lo largo del camino indicado en la figura.



2. La figura adjunta corresponde al volumen encerrado por los cilindros $x^2+z^2=1$, $y^2+z^2=1$ en el primer octante. Sea M tal volumen. Se pide:

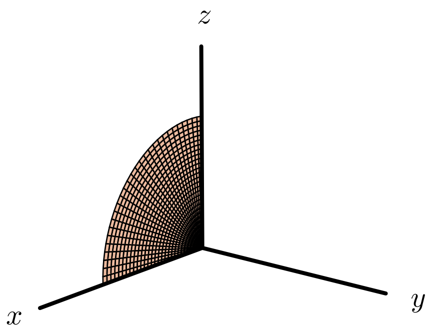


1. Escribe las ecuaciones cartesianas que definen el recinto M.
2. Más abajo, aparecen las gráficas de la frontera de M. Indica al lado de cada gráfica las ecuaciones cartesianas que la describen, así como una parametrización de la misma. Calcula el vector normal de la parametrización e indica en la figura adjunta qué sentido tiene.
3. Calcula el área de la frontera de M que está contenida en el cilindro $x^2+z^2=1$.
4. Mediante el teorema de Gauss aplicado al campo vectorial $\mathbf{f}(x,y,z)=(x,y,z)$, calcula el volumen de M.
5. Sin efectuar ninguna integral, calcula cuánto vale la circulación del campo vectorial $\mathbf{f}(x,y,z)=(0,-x^2/2,yz)$ a lo largo de la frontera del área del apartado tercero, recorrida de modo que el vector normal lo dejemos siempre al mismo lado.

---

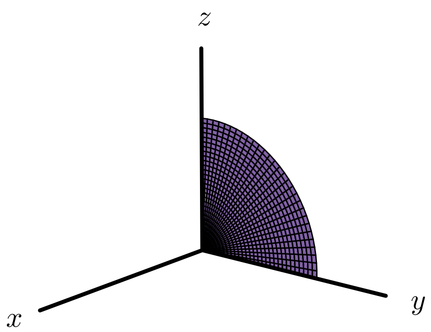
1. Ecuaciones cartesianas de M:

2.



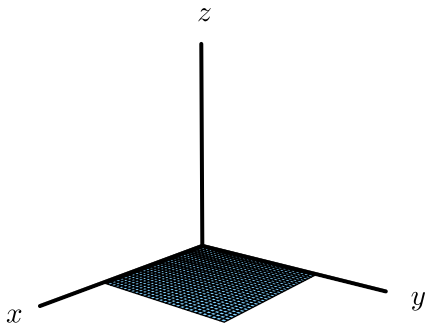
Ecuaciones cartesianas	**Parametrización**

Vector normal



Ecuaciones cartesianas	**Parametrización**

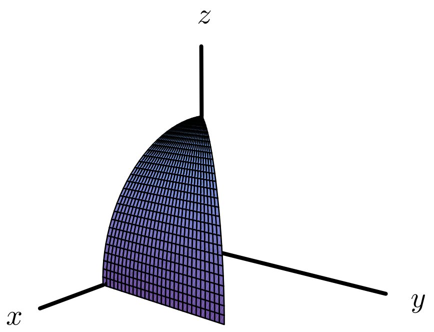
Vector normal



Ecuaciones cartesianas

Parametrización

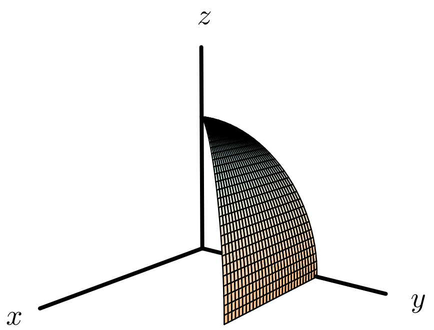
Vector normal



Ecuaciones cartesianas

Parametrización

Vector normal



Ecuaciones cartesianas

Parametrización

Vector normal

3. Área de la frontera contenida en el cilindro $x^2 + z^2 = 1$:

---

4. Aplica el teorema de Gauss al campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (x, y, z)$ para calcular el volumen de M.

5. Sin efectuar ninguna integral, calcula cuánto vale la circulación del campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (0, -x^2/2, yz)$ a lo largo de la frontera del área del apartado tercero, recorrida de modo que el vector normal lo dejemos siempre al mismo lado.

Firma: