Universidad de Sevilla
Departamento de Análisis Matemático

Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables
Grupo A ■ 4 de mayo de 2006

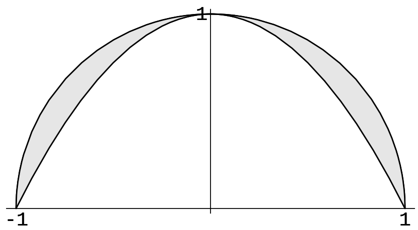
Apellidos:____________________ **Nombre:**____________

---

1. Supongamos que f es una función integrable en el recinto dibujado más abajo. Escribimos la integral doble de f en dicho recinto en la forma

$$\int_{-1}^{1} dx \int_{1-x^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\, dy$$

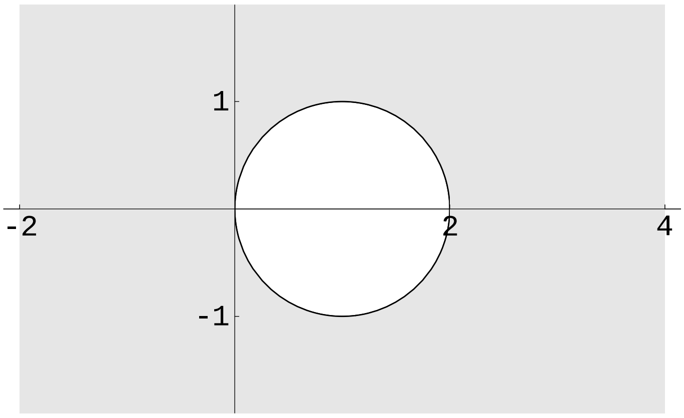
Escribe la otra integral iterada.

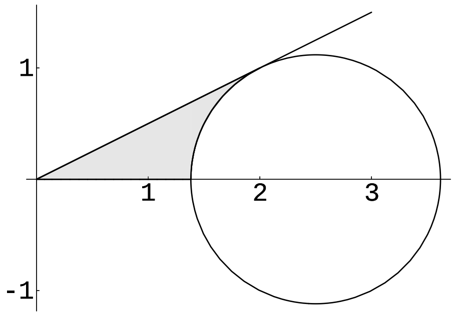


2. Abajo aparecen dibujados los recintos

1. $x^2 + y^2 \geq 2x$.

2. $x^2 + y^2 + 5 \geq 5x \geq 10y \geq 0$.





Descríbelos en coordenadas polares tomadas en el origen de coordenadas.

3. Consideremos la función $f(x,y) = \dfrac{e^{-a(x+y)}}{x+y}$. Para estudiar la integrabilidad de f en el conjunto abierto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon\ x > 0,\ y > 0\}$, realiza el cambio de variables $x = u$, $x + y = v$. Como conclusión, ¿para qué valores de a es f integrable en A? En esos casos, ¿cuánto vale la integral de f?

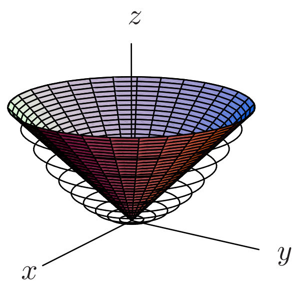
4. Sea $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

1. Escribe la integral triple que da el volumen de A en coordenadas cilíndricas en las formas

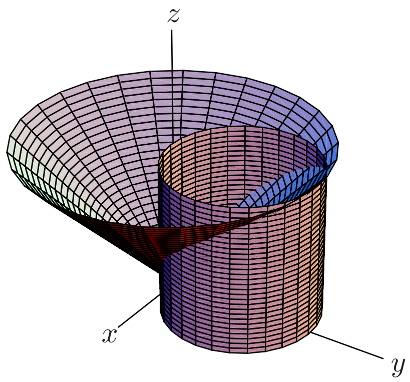
$$\int d\theta \int d\rho \int \rho \, dz, \qquad \int d\theta \int dz \int \rho \, d\rho$$

2. Escribe la integral triple que da el volumen de A en coordenadas esféricas en la forma

$$\int d\theta \int d\varphi \int \rho^2 \cos\varphi \, d\rho$$



5. Calcula, mediante coordenadas cilíndricas, el volumen limitado en el primer octante por el cono $z^2 = x^2 + y^2$ y el cilindro $x^2 + y^2 = 2y$. Es decir, el volumen del conjunto descrito por las desigualdades $z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 2y$, $x, y, z \geq 0$. En la figura de abajo puedes ver el cono y el cilindro.



Firma: