UNIVERSIDAD DE SEVILLA
DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO

Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables
Grupo A ■ 1 de junio de 2006

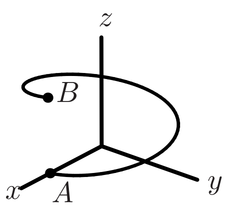
Apellidos:________________________ **Nombre:**____________

---

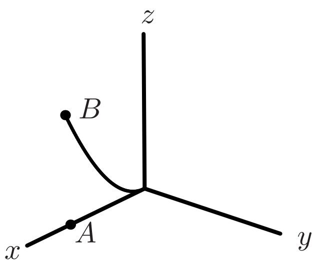
1. Deseamos calcular la integral de línea del campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (x^2 + y, y^2 + x, z\mathrm{e}^z)$, para las siguientes trayectorias, desde el punto $A(1, 0, 0)$ al $B(1, 0, 1)$.

1. El segmento de recta que los une.
2. El arco de hélice $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t/(2\pi))$.
3. El eje x desde el $(1, 0, 0)$ hasta el origen y luego el arco de parábola $z = x^2$, $y = 0$.

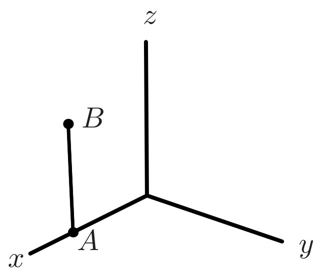
Indica en las figuras de abajo qué trayectoria es cada una de las representadas. Calcula dichas integrales de línea. ¿Es conservativo el campo f? En caso afirmativo, calcula una función potencial y comprueba los resultados obtenidos en los cálculos anteriores.



Camino | 1 | 2 | 3 |

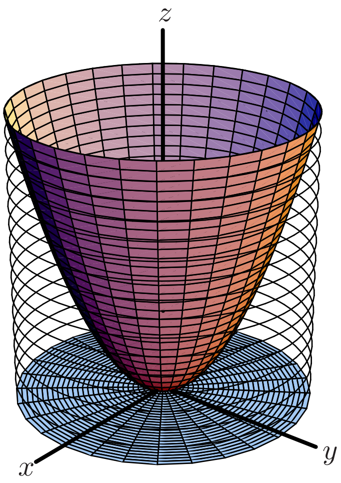


Camino | 1 | 2 | 3 |

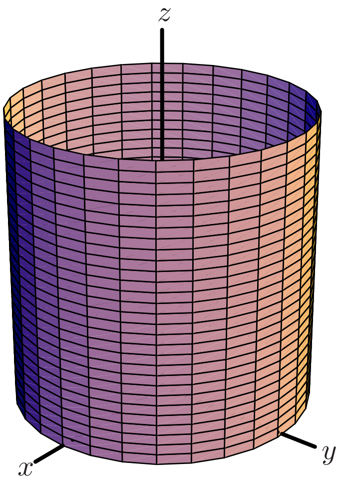


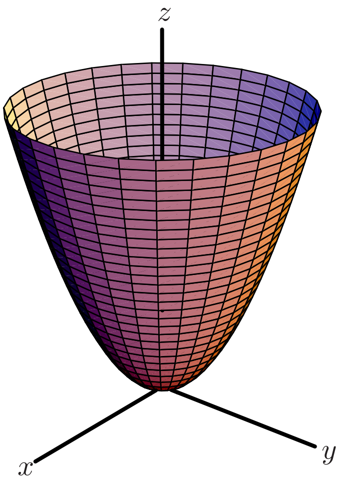
Camino | 1 | 2 | 3 |

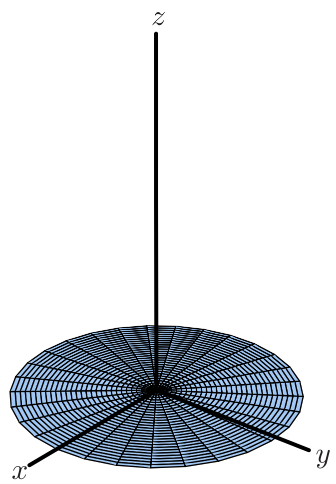
2. 2.1. Consideremos el recinto $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Parametrízalo. Calcula su volumen.



2.2 Abajo aparecen dibujadas las fronteras del recinto M anterior. Indica en cada caso sus ecuaciones cartesianas, parametrízalas y calcula el vector normal, indicando sobre la figura el sentido de dicho vector.







Ecuaciones cartesianas
Cilindro:
Paraboloide:
Círculo:

Parametrizaciones
Cilindro:
Paraboloide:
Círculo:

Vector normal
Cilindro:
Paraboloide:
Círculo:

2.3. Comprueba el resultado obtenido en el primer apartado de este ejercicio aplicando el teorema de Gauss en el recinto M al campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (2x, 3y, 5z)$.

2.4. Sea S la frontera de M que forma parte de la superficie del paraboloide. Calcula su área. Si $\mathrm{g}(x, y, z) = (0, -2x, 0)$, ¿cuánto vale la circulación (es decir, la integral de línea) del campo g a lo largo de la frontera de S, recorrida en el sentido de las agujas del reloj?