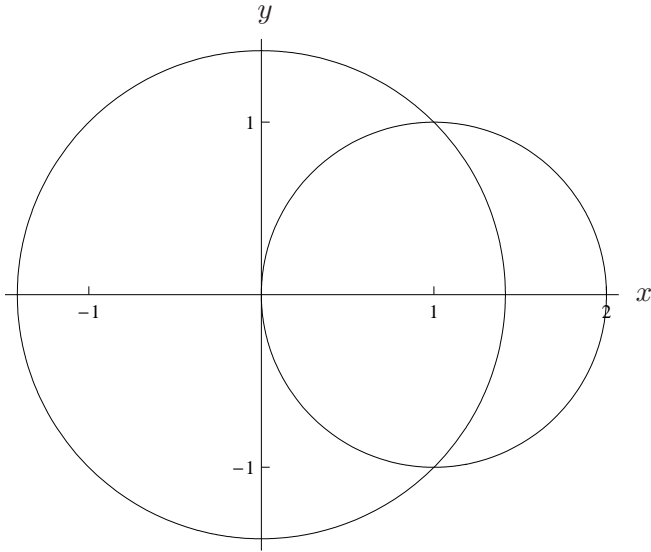


Apellidos: _____ Nombre: _____

1. En las siguientes integrales iteradas, invierte el orden de integración:

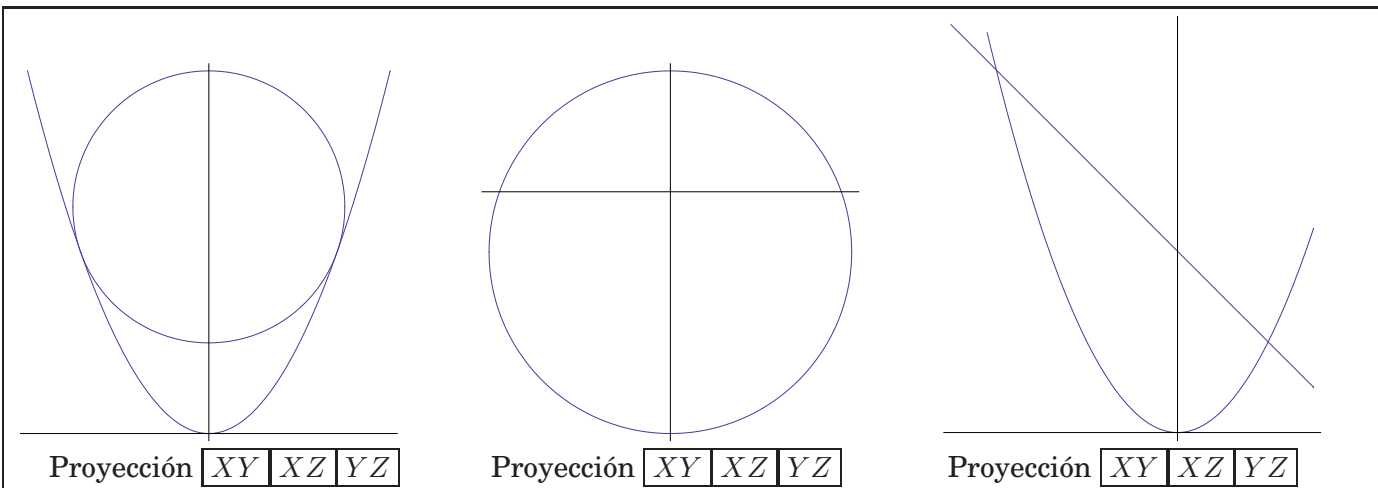
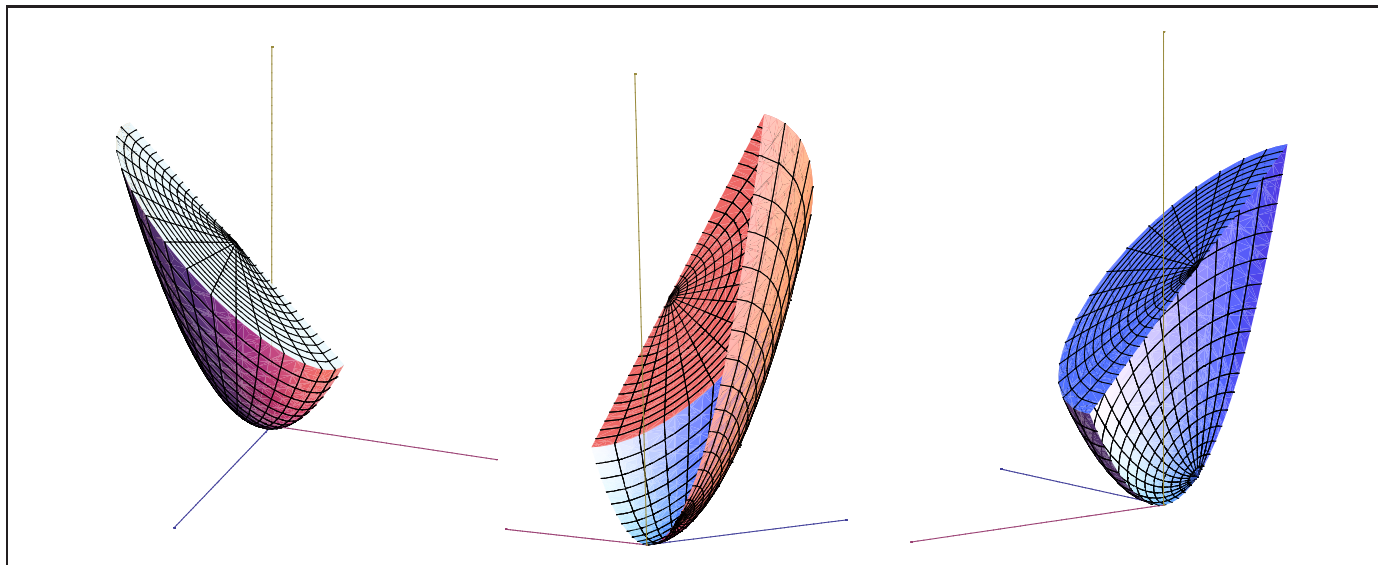
$$\int_0^1 dy \int_0^{\pi - \arcsen y} f(x, y) dx \quad \int_{-1}^1 dx \int_0^{e^{-|x|}} f(x, y) dy$$

2. Consideremos el recinto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 2 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\}$ y la función $f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$. Demuestra que la función f es integrable en A y calcula, mediante cambio a coordenadas polares, el valor de la integral de f en A .



3. Consideremos el recinto $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 \leq z, y + z \leq 2, x \geq 0, z \geq 0\}$. Abajo aparecen tres vistas del volumen A así como sus proyecciones sobre los planos coordenados. Escribe la integral triple que da el volumen de A en las formas

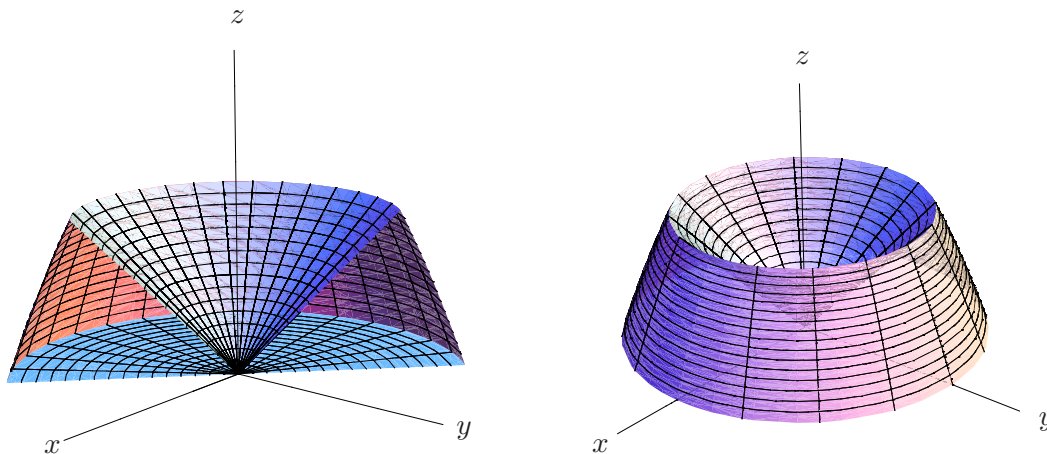
$$\iint_{P_1(x,y)} dx dy \int_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} dz, \quad \iint_{P_2(x,z)} dx dz \int_{y_1(x,z)}^{y_2(x,z)} dy + \iint_{P_3(x,z)} dx dz \int_{y_3(x,z)}^{y_4(x,z)} dy, \quad \iint_{P_4(y,z)} dy dz \int_{x_1(y,z)}^{x_2(y,z)} dx$$



Rellena en la siguiente tabla los datos pedidos. Indica en las gráficas de las proyecciones los conjuntos P_i

$P_1(x, y)$	
$z_1(x, y)$	
$z_2(x, y)$	
$P_2(x, z)$	
$y_1(x, z)$	
$y_2(x, z)$	
$P_3(x, z)$	
$y_3(x, z)$	
$y_4(x, z)$	
$P_4(y, z)$	
$x_1(y, z)$	
$x_2(y, z)$	

4. Consideremos el conjunto $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 2 - z \leq 2\}$. A continuación podemos ver el volumen A ; la primera figura está cortada para ver su interior.



Queremos expresar el volumen de A usando coordenadas cilíndricas, escribiendo

$$\begin{aligned} \text{vol}(A) &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{z_1(\theta)}^{z_2(\theta)} dz \int_{\rho_1(\theta, z)}^{\rho_2(\theta, z)} \rho d\rho \\ &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_1(\theta)}^{\rho_2(\theta)} d\rho \int_{z_1(\rho, \theta)}^{z_2(\rho, \theta)} \rho dz + \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\rho_3(\theta)}^{\rho_4(\theta)} d\rho \int_{z_3(\rho, \theta)}^{z_4(\rho, \theta)} \rho dz \end{aligned}$$

Indica en la siguiente tabla los límites de las integrales anteriores:

θ_1		θ_2	
$z_1(\theta)$		$z_2(\theta)$	
$\rho_1(\theta, z)$		$\rho_2(\theta, z)$	
$\rho_1(\theta)$		$\rho_2(\theta)$	
$z_1(\rho, \theta)$		$z_2(\rho, \theta)$	
$\rho_3(\theta)$		$\rho_4(\theta)$	
$z_3(\rho, \theta)$		$z_4(\rho, \theta)$	

Ahora lo queremos expresar en coordenadas esféricas, escribiendo

$$\text{vol}(A) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1(\theta)}^{\varphi_2(\theta)} d\varphi \int_{\rho_1(\theta, \varphi)}^{\rho_2(\theta, \varphi)} \rho^2 \cos \varphi d\rho$$

Indica en la siguiente tabla los límites de las integrales anteriores:

θ_1		θ_2	
$\varphi_1(\theta)$		$\varphi_2(\theta)$	
$\rho_1(\theta, \varphi)$		$\rho_2(\theta, \varphi)$	