UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Departamento de Análisis Matemático

Ampliación de la Teoría de Funciones de Varias Variables
Grupo A ■ 4 de junio de 2008

Apellidos:____________________ **Nombre:**__________

1. **[2.5 puntos]** Indica razonadamente la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones (todos los campos escalares o vectoriales se suponen de clase $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^3)$):

V | F Si $\mathbf{f}$ es un campo vectorial, $\nabla\cdot\mathbf{f}$ es un campo vectorial y $\nabla\times\mathbf{f}$ es un campo escalar.

V | F Si f es un campo escalar, y C es una circunferencia, $\oint_C \nabla f\cdot dr = 0$.

V | F Si S es una esfera y $\mathbf{f}$ es un campo vectorial constante, $\iint_S \mathbf{f}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma = 0$.

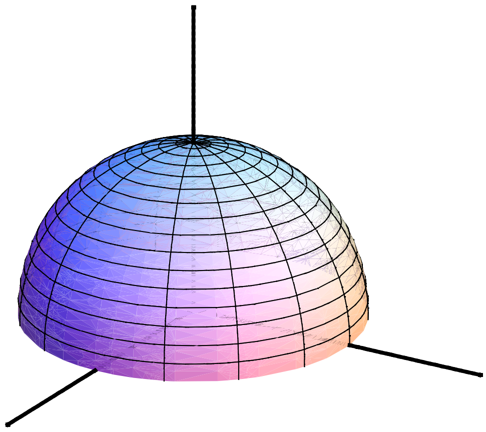
V | F Existe un campo vectorial $\mathbf{f}$ en $\mathbb{R}^3$ tal que $\nabla\times\mathbf{f} = (x,y,z)$.

V | F Si S es una esfera y $\mathbf{f}$ es un campo vectorial, $\iint_S \nabla\times\mathbf{f}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma = 0$.

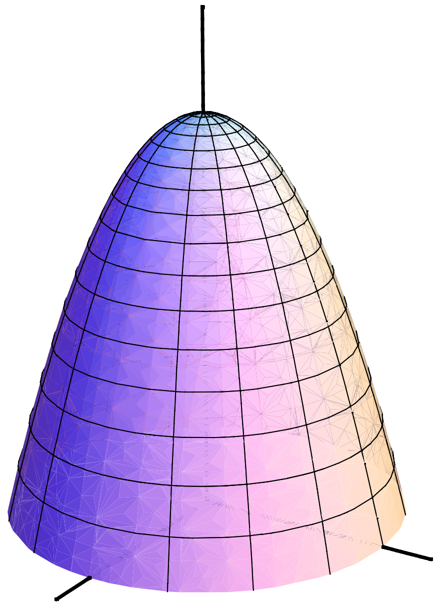
2. **[1.5 puntos]** Abajo aparecen dibujadas una semiesfera H de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y un trozo de paraboloide P de ecuación $z = 4 - x^2 - y^2$. Supongamos que $\mathbf{f}$ es un campo vectorial de clase $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^3)$. Explica razonadamente porqué es

$$\iint_H \nabla \times \mathbf{f} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma + \iint_P \nabla \times \mathbf{f} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = 0$$

estando orientada la semiesfera de modo que el vector normal en el punto $(0,0,2)$ es $(0,0,1)$ y el paraboloide de modo que el vector normal en el punto $(0,0,4)$ es $(0,0,-1)$.

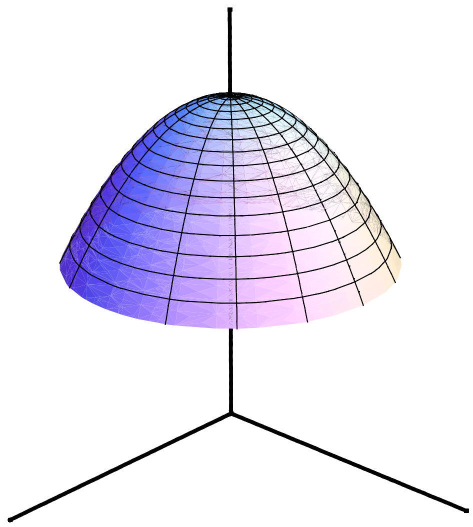


Esfera



Paraboloide

3. [2.5 puntos] Sea $\mathbf{f}(x,y,z) = (z^2 \operatorname{arc\,tg}(y^2), z^3 \log(1+x^2), z)$. Aplicando el teorema de Gauss, calcula la integral en la superficie S del campo $\mathbf{f}$, siendo S la superficie del paraboloide $x^2+y^2+z=2$ que queda por encima del plano $z=1$, orientada de modo que el vector normal en el punto $(0,0,2)$ es $(0,0,1)$.



4. **[3.5 puntos]** Usa el teorema de Stokes para calcular las integral de línea a lo largo de la curva C, intersección del hiperboloide parabólico $z = x^2 - y^2$ con el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ del campo vectorial $\mathbf{f}(x, y, z) = (x^2 y, x^3/3, xy)$. Explica las gráficas que aparecen a continuación, en la hoja siguiente. Indica qué superficie has usado en el teorema de Stokes, dibuja su vector normal y el sentido de recorrido que has usado en la curva C.