



Departamento de Física de la Materia Condensada

Facultad de Física

Dinámica de sistemas

2006/2007

José Juan Luque Palomo

luque@us.es

Horario de clase:

Lunes: de 12:30/14:30; martes: de 12:30/14:30 y miércoles: de 12:30/13:30 (2º cuatrimestre)

Calendario de exámenes:

- Convocatoria de junio: 22 de junio de 2007
- Convocatoria de septiembre: 10 de septiembre de 2007
- Convocatoria de diciembre: 7 de diciembre de 2006
- Convocatoria de febrero: 5 de febrero de 2007

Tutorías: Lunes, martes y miércoles de 10.00 a 12.00 h.

Programa

1. Nociones fundamentales acerca de los sistemas dinámicos

Definición de sistemas dinámicos. Sistemas dinámicos continuos y discretos. Una forma geométrica de pensar. Sistemas lineales y no lineales. Espacio de las fases, trayectoria y diagrama de fases. Sistemas conservativos y disipativos. Sistemas autónomos.

2. Geometría de flujos. Estabilidad

Sistemas dinámicos continuos. Dinámica en una dimensión: campo vectorial y flujo, puntos fijos, estabilidad y análisis de la estabilidad lineal. Dinámica en dos dimensiones. Sistemas lineales bidimensionales: puntos fijos y clasificación. Sistemas no lineales bidimensionales: diagrama de fases, análisis de la estabilidad lineal. Puntos fijos hiperbólicos, equivalencia topológica y estabilidad estructural. Cuenca de atracción, ciclos límites y atractor. Extensión de la dinámica a n dimensiones. Sistemas dinámicos discretos: puntos fijos y análisis de la estabilidad.

3. Bifurcaciones

Definición. Diagrama de bifurcaciones. Bifurcación en sistemas unidimensionales y bidimensionales: silla-nodo, transcítica y horquilla. Bifurcación de Hopf. Histéresis. Sistemas de osciladores acoplados. Periodicidad y cuasiperiodicidad. Sección de Poincaré. Aplicación de Poincaré.

4. Caos determinista

Las ecuaciones de Lorenz: propiedades. Atractor y atractor extraño. La ecuación logística. Diagrama de recurrencia. Análisis de la aplicación logística: bifurcación con duplicación de periodo. Universalidad y constante de Feigenbaum. Caos y sus manifestaciones: sensibilidad a las condiciones iniciales. La receta del caos: estirar y doblar. Cuantificación de la dinámica caótica: exponentes de Lyapunov y entropía y pérdida de información. Fractalidad y dimensión fractal: dimensión de recuento de cajas y de información.

5. Sistemas hamiltonianos. La mecánica de Hamilton

Ligaduras, grados de libertad, coordenadas generalizadas y espacio de configuración. Elementos de cálculo variacional: concepto de funcional, problemas variacionales y

ecuación de Euler-Lagrange. Principio de Hamilton y ecuaciones de Lagrange. Coordenadas cíclicas, teoremas de conservación y propiedades de simetrías. Espacio de las fases. Transformaciones de Legendre. Ecuaciones canónicas del movimiento. Principio de Hamilton modificado. Invariancia del volumen en el espacio fásico y teorema de Liouville.

6. Transformaciones canónicas

Definición y objetivos. Transformaciones puntuales y canónicas. Función generatriz. Ejemplos de transformaciones canónicas. Aplicación al oscilador armónico. Formulación simpléctica y condición simpléctica. Transformaciones canónicas infinitesimales. Definición de corchetes de Poisson. Ecuaciones canónicas del movimiento en la formulación de los corchetes de Poisson. Constantes del movimiento y teorema de Poisson. Invariancia canónica de los corchetes de Poisson. Otros invariantes canónicos.

7. Teoría de Hamilton-Jacobi. Variables ángulo-acción

Ecuación de Hamilton-Jacobi. Función principal de Hamilton. El problema del oscilador armónico. Ecuación de Hamilton-Jacobi modificada. Separación de variables. Variables ángulo-acción.

8. Perturbaciones. Caos hamiltoniano

Métodos de perturbaciones. Perturbaciones dependientes del tiempo. El problema del oscilador armónico. Perturbaciones de primer orden para sistemas hamiltonianos conservativos. Sistemas integrables y teorema de Liouville. Toros invariantes y descripción en las variables ángulo-acción. Sistemas resonantes. Problemas de los denominadores pequeños. Teorema de KAM. Teorema de Poincaré-Birkhoff. Puntos homoclínicos y caos. Difusión de Arnold.

Bibliografía

- G. Nicolis, *Introduction to nonlinear science*, Cambridge.
- E. Ott, *Chaos in Dynamical Systems*, Cambridge.
- H. G. Schuster, *Deterministic Chaos*, VCH.
- I. Percival y D. Richards, *Introduction to Dynamics*, Cambridge.
- A. Rañada, *Dinámica clásica*, Alianza Universidad.

- H. Goldstein, C. P. Poole y J. L. Safko, *Classical Mechanics*, Addison Wesley.
- C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*, Dover.
- L. N. Hand y J. D. Finch, *Analytical Mechanics*, Cambridge.
- F. R. Gantmájér, *Mecánica analítica*, Mir.

Textos de divulgación:

- James Gleick, *Caos: La creación de una ciencia*, Seix Barral.
- Ian Stewart, *¿Juega Dios a los dados?*, Crítica.
- Edward N. Lorenz, *La esencia del caos*, Debate.
- Benoît Mandelbrot, *La geometría fractal de la naturaleza*, Metatemas.

Programación docente

La asignatura corresponde al primer ciclo de la Licenciatura en Física. Consta de 6 créditos, de los cuales 4,5 son de carácter teórico y 1,5 de tipo práctico, y se imparte en el segundo cuatrimestre del segundo curso. El programa de la asignatura recoge y desarrolla los descriptores asignados a la asignatura.

En cumplimiento de lo que establece el artículo 55 de los Estatutos de la Universidad de Sevilla, la asignatura “Dinámica de sistemas” puede aprobarse por curso de manera previa a la prueba final, para lo cual se convocarán dos pruebas parciales: la primera coincidiendo con la finalización de la primera mitad de la asignatura y la segunda al final del curso. La fecha de estas pruebas se determinará mediante acuerdo entre profesor y estudiantes.

Para la superación de cada una de estas pruebas, además se tendrá en cuenta la realización de actividades que se propondrán durante el curso y cuya calificación contribuirá en un 20% en la nota obtenida en cada prueba. Los alumnos que hayan aprobado estas pruebas parciales eliminarán la materia, pero si quieren mejorar su calificación podrán presentarse a la parte correspondiente del examen final. Los alumnos que no hayan aprobado alguna de estas pruebas realizarán el examen final de la parte no aprobada.

Solos los alumnos que hayan asistido a más del 80% de las clases regladas podrán realizar las dos pruebas parciales. Los alumnos que no hayan cumplido este requisito, podrán realizar el examen final.