



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

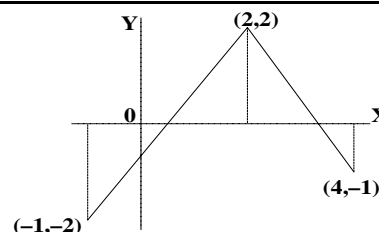
Opción A

Ejercicio 1. Sea $\text{Ln}(x)$ el logaritmo neperiano de x y sea $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \frac{1}{x (\text{Ln}(x))^2}.$$

- (a) [1 punto] Determina el conjunto D sabiendo que está formado por todos los puntos $x \in \mathbb{R}$ para los que existe $f(x)$.
- (b) [1'5 puntos] Usa el cambio de variable $t = \text{Ln}(x)$ para calcular una primitiva de f .

Ejercicio 2. Sea $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuya derivada tiene por gráfica la de la figura.



- (a) [1'5 puntos] Estudia el crecimiento y el decrecimiento de f y determina los valores donde alcanza sus extremos relativos.
- (b) [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de f . ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f ?

Ejercicio 3. [2'5 puntos] En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:

- El precio de la empresa A es 0'6 euros menos que la media de los precios establecidos por B y C.
- El precio dado por B es la media de los precios de A y C.
- El precio de la empresa C es igual a 2 euros mas $\frac{2}{5}$ del precio dado por A mas $\frac{1}{3}$ del precio dado por B.

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(1, -3, 2)$, $B(1, 1, 2)$ y $C(1, 1, -1)$.

- (a) [1'25 puntos] ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta.
- (b) [1'25 puntos] Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para que el paralelogramo ABCD sea un rectángulo.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina el valor de las constantes c y d sabiendo que la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx + d$ tiene como recta tangente en su punto de inflexión a la recta $y = 3x + 4$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}{x^2 - 1} dx.$$

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de A .
- (b) [1 punto] Calcula A^{127} y A^{128} .
- (c) [0'5 puntos] Determina x e y tal que $AB = BA$.

Ejercicio 4. Considera los puntos

$$A(1, 1, 1), \quad B(2, 2, 2), \quad C(1, 1, 0) \quad \text{y} \quad D(1, 0, 0).$$

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D .
- (b) [1'25 puntos] Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b) 0'5 puntos por hacer el cambio de variable, 0'75 puntos por calcular una primitiva en t y 0'25 puntos por deshacer el cambio de variable.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] (a) 0'75 puntos por estudiar el crecimiento (y decrecimiento) y 0'75 puntos por los puntos donde se alcanzan los extremos y el carácter de éstos. **(b)** 0'5 puntos por determinar los intervalos de concavidad y los de convexidad y 0'5 puntos por los posibles puntos de inflexión.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] 1'25 puntos por plantear el sistema de ecuaciones a resolver.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] 1 punto por determinar el punto de tangencia, 0'75 puntos por determinar c y 0'75 puntos por obtener d .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 1'5 puntos por hacer la descomposición en fracciones simples.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción A

Ejercicio 1.

- (a) [1'5 puntos] Determina la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$ y que su valor mínimo es -12 .
- (b) [1 punto] Calcula la ecuación de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de inflexión de su gráfica.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x |x - 4|$.

- (a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
- (b) [0'75 puntos] Estudia su derivabilidad en $x = 4$.
- (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera los puntos

$$A(1, -1, 2), \quad B(1, 3, 0) \quad \text{y} \quad C(0, 0, 1).$$

Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C .

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sean:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 - \alpha & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Determina α , si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial)

$$AX = b, \quad BX = c$$

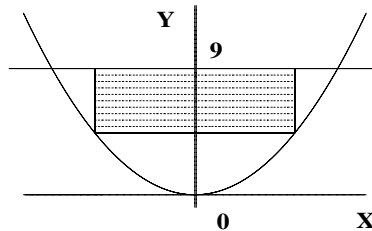
tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos).

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Considera el recinto limitado por la curva $y = \frac{1}{3}x^2$ y la recta $y = 9$.



De entre los rectángulos situados como el de la figura, determina el que tiene área máxima.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x . Esboza el recinto limitado por los ejes coordenados y las gráficas de las funciones $y = 1$ e $y = \ln(x)$. Calcula su área.

Ejercicio 3. Sea π el plano de ecuación $3x - y + 2z - 4 = 0$,

- (a) [1 punto] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto $P(1, -2, 2)$.
- (b) [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano π_2 perpendicular a ambos que contiene a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - 4z = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4. Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) [1 punto] Halla los valores de a para los que la matriz $3A$ tiene inversa.
- (b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la inversa de la matriz A^2 para $a = 0$.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b) 0'5 puntos por determinar los puntos de inflexión y 0'5 puntos por determinar las rectas tangentes .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Hasta 1 punto por determinar los α que anulan a los determinantes.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Hasta 1 punto por el planteamiento, 1 punto por la resolución y 0'5 puntos por justificar que se obtiene un máximo.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 0'5 puntos por la gráfica, 0'5 puntos por expresar el área como una integral, 1 punto por calcular una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

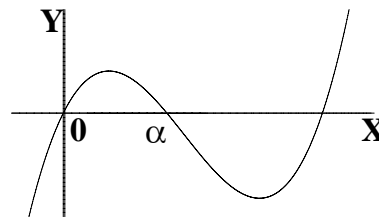
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Consideremos $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

- (a) [1'5 puntos] Si f fuese la función cuya gráfica aparece en el dibujo, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando la respuesta:

- i) $F(\alpha) = 0$.
- ii) $F'(\alpha) = 0$.
- iii) F es creciente en $(0, \alpha)$.



- (b) [1 punto] Calcula $F(1)$ siendo $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t+1}}$.

Ejercicio 2. Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ para $x \neq 1$.

- (a) [1'5 puntos] Calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Estudia la posición de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

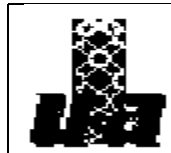
Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula los valores de t para los que el determinante de A es positivo y halla el mayor valor que alcanza dicho determinante.

Ejercicio 4. Los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(-1, 0, -2)$ son vértices opuestos de un cuadrado.

- (a) [1 punto] Calcula el área del cuadrado.
- (b) [1'5 puntos] Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos A y B que pasa por su punto medio.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{x^2}{4} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calcula la función derivada.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula

$$\int_0^1 \frac{3x^3 + 1}{x^2 - x - 2} dx$$

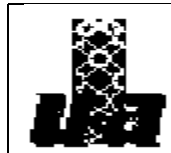
Ejercicio 3. Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 3 \\ 2x + my + z &= m \\ 3x + 5y + mz &= 5 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.
- (b) [1 punto] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.
- (c) [0'5 puntos] Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema no tenga solución.

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv x - y + 2z = 3$ y el punto $A(-1, -4, 2)$.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A .
- (b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto de π .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] (a) 0'5 puntos por cada subapartado.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] (a) 0'5 puntos por la asíntota vertical.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] 1 punto por calcular los valores de t pedidos, 1 punto por obtener el punto de máximo y 0'5 por justificar que efectivamente se alcanza un máximo.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] 1'5 puntos por estudiar la derivabilidad.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 1'25 puntos por hacer la descomposición del integrando, 0'75 por obtener una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$$

- (a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina un polinomio $P(x)$ de segundo grado sabiendo que

$$P(0) = P(2) = 1 \quad \text{y} \quad \int_0^2 P(x) dx = \frac{1}{3}.$$

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina una matriz A simétrica (A coincide con su traspuesta) sabiendo que

$$\det(A) = -7 \quad \text{y} \quad A \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano $\pi \equiv x + y - z + 6 = 0$ con la recta $s \equiv \frac{x}{3} = y - 2 = z + 1$ y es paralela a la recta

$$r \equiv \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 4x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida por $f(x) = \frac{9x-3}{x^2-2x}$ para $x \neq 0$ y $x \neq 2$.

- (a) [1 punto] Calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (c) [0'5 puntos] Con los datos obtenidos, esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = xe^{-x}$. Esboza el recinto limitado por la curva $y = f(x)$, los ejes coordenados y la recta $x = -1$. Calcula su área.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina la matriz X que verifica la ecuación $AX = X - B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices

$$A(1, 1, 2), \quad B(1, 0, -1) \quad \text{y} \quad C(1, -3, 2).$$



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b) 1 punto por obtener los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 1 punto por imponer $P(0) = P(2) = 1$ y 1 punto por imponer la condición de la integral.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Hasta 1'5 puntos por plantear el sistema a resolver.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] 1 punto por calcular el punto de corte del plano π con la recta s .

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 0'5 puntos por esbozar el recinto, 0'5 puntos por expresar el área como una integral, 1 punto por calcular una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula una primitiva de la función f definida por $f(x) = \frac{2x^2 + 10x}{x^2 + 2x - 3}$ para $x \neq 1$ y $x \neq -3$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ e^{x(ax+b)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determina a y b sabiendo que f es derivable.

Ejercicio 3. Considera

$$A = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) [1 punto] ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz A ?

(b) [1'5 puntos] Resuelve, para $m = 2$, el sistema de ecuaciones $AX = C$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Determina la recta que no corta al plano de ecuación $x - y + z = 7$ y cuyo punto más cercano al origen es $(1, 2, 3)$.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$$

y sea r la recta de ecuación $2x + y = 6$.

- (a) [1'5 puntos] Determina, si es posible, un punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea r .
- (b) [1 punto] ¿Hay algún punto de la gráfica de f en el que la recta normal a la gráfica sea r ? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2. Considera la curva de ecuación

$$y = \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 2x - 3}$$

- (a) [1'5 puntos] Determina sus asíntotas.
- (b) [1 punto] ¿Corta la curva a alguna de sus asíntotas en algún punto? Justifica la respuesta.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz traspuesta de una matriz M . Considera

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) [1'5 puntos] Calcula $(AB)^t$ y $(BA)^t$.
- (b) [1 punto] Determina una matriz X que verifique la relación $\frac{1}{2}X + (AB)^t = C$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sabiendo que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2y - z = a \\ 2x + z = a \end{cases}$$

se cortan, determina a y el punto de corte.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] 1'5 puntos por hacer la descomposición en fracciones simples.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 1 punto por calcular b y 1'5 puntos por calcular a .

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] (a) 0'5 puntos por las dos asíntotas verticales.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] 1'5 puntos por obtener a .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todas las rectas que pasan por el origen de coordenadas, determina las que son tangentes a la curva de ecuación $y = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 4$. Calcula los puntos de tangencia correspondientes.

Ejercicio 2. Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 e^{x/2}.$$

(a) [1 punto] Calcula

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

(b) [1'5 puntos] Calcula los intervalos de monotonía y los extremos locales de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x - my + z &= 1 \\ x + y + z &= m + 2 \\ x + y + mz &= 4 \end{aligned} \right\}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro m .

(b) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla el punto de la recta $r \equiv \begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ y + z = -1 \end{cases}$ que está más cercano al punto $P(1, -1, 0)$.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	---	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	---

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{x} & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de la parábola $y = -(x - 2)^2 - 2$, la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisa $x = 3$, el semieje positivo de abscisas y el semieje negativo de ordenadas. Calcula su área.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Sin desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix} k & x & 1 + ax \\ 2k & y & 2 + ay \\ 3k & z & 3 + az \end{pmatrix}$$

y enuncia las propiedades que hayas usado.

Ejercicio 4. Considera la recta r y el plano π siguientes

$$r \equiv \begin{cases} x + z - a = 0 \\ y - az - 1 = 0 \end{cases}, \quad \pi \equiv 2x - y = b.$$

(a) [1'5 puntos] Determina a y b sabiendo que r está contenida en π .

(b) [1 punto] Halla la ecuación de un plano que contenga r y sea perpendicular a π .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado, o algún ejercicio completo, no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente y se desglosará como se estime oportuno.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] 2 puntos por obtener las rectas tangentes pedidas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] (b) 1 punto por estudiar la monotonía.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] 0'5 puntos por determinar la derivabilidad para $x \neq 0$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] 0'5 puntos por obtener la recta tangente citada, 0'5 puntos por dibujar el recinto, 0'5 puntos por expresar el área como una integral, 0'5 puntos por calcular una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] 1'5 puntos por calcular el valor del determinante.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Lo indicado en el enunciado.