



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ .

- [0'75 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x|x|$ .

- [0'75 puntos] Dibuja la región acotada del plano que está limitada por la gráfica de  $f$  y la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
- [1'75 puntos] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

**Ejercicio 3.** Se sabe que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + \alpha y = 1 \\ x + \alpha z = 1 \\ y + z = \alpha \end{array} \right\}$$

tiene una única solución.

- [1'25 puntos] Prueba que  $\alpha \neq 0$ .
- [1'25 puntos] Halla la solución del sistema.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(0, 1, 0)$  y  $C$ , siendo  $C$  la proyección ortogonal del punto  $(1, 1, 1)$  sobre el plano  $x + y + z = 1$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Halla una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que su gráfica pase por el punto  $M(0, 1)$ , que la tangente en el punto  $M$  sea paralela a la recta  $2x - y + 3 = 0$  y que  $f''(x) = 3x^2$ .

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = e^x + 4e^{-x}$ .

- [1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y halla sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- [1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 0$  y  $x = 2$ .

**Ejercicio 3.** Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = -6,$$


calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) **[0'75 puntos]**  $\begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}.$

(b) **[0'75 puntos]**  $\begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}.$

(c) **[1 punto]**  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ 2x - a & 2y - b & 2z - c \end{vmatrix}.$

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Considera el punto  $A(0, 1, -1)$ , la recta  $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$  y el plano  $\pi \equiv x - 2y - z = 2$ . Halla la ecuación de la recta que pasa por  $A$ , es paralela a  $\pi$  y corta a  $r$ .

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b)** 0'5 puntos por determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y 0'75 puntos por el cálculo de los extremos relativos.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos] (b)** Hasta 0'75 puntos por expresar el área pedida mediante integrales definidas, 0'5 puntos por el cálculo de primitivas y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el cálculo de  $C$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** 0'5 puntos por imponer la condición sobre la derivada segunda, 1 punto por imponer la condición sobre la tangente en el punto  $M$ , 0'5 puntos por imponer la condición de que la gráfica pasa por  $M$  y 0'5 puntos por la resolución efectiva.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos] (a)** 0'5 puntos por determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y 0'5 puntos por el cálculo de los extremos absolutos. **(b)** Hasta 0'5 puntos por expresar el área pedida mediante una integral definida, 0'5 puntos por el cálculo de una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.



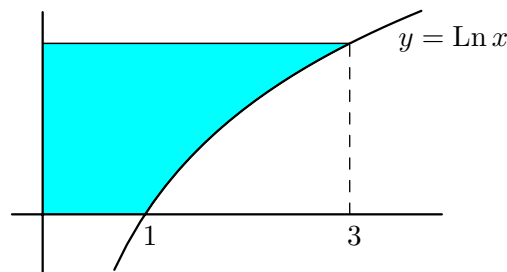
**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de  $80 \text{ cm}^3$ . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta  $1\text{€}/\text{cm}^2$  y para la base se emplea un material un  $50\%$  más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Siendo  $\text{Ln } x$  el logaritmo neperiano de  $x$ , halla el área de la superficie sombreada.



**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ -x + y + 2z &= -1 \\ ax + by + z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

tiene al menos dos soluciones distintas.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Se sabe que el triángulo  $ABC$  es rectángulo en el vértice  $C$ , que pertenece a la recta intersección de los planos  $y + z = 1$  e  $y - 3z + 3 = 0$ , y que sus otros dos vértices son  $A(2, 0, 1)$  y  $B(0, -3, 0)$ . Halla  $C$  y el área del triángulo  $ABC$ .

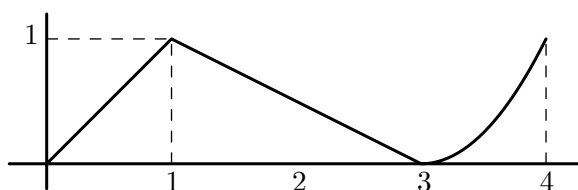


**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** De una función  $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f(1) = 3$  y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



- [0'5 puntos] Halla la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . ¿En qué punto alcanza la función  $f$  su máximo absoluto?
- [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de  $f$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta  $y = 2x$  y por las curvas  $y = x^2$  e  $y = \frac{x^2}{2}$ .

**Ejercicio 3.**


(a) [1 punto] Sabiendo que la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$  tiene rango 2, ¿cuál es el valor de  $a$ ?

(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento y hasta 0'25 puntos por probar que el punto crítico es en efecto un mínimo.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 1 punto por expresar el área pedida mediante integrales definidas, 1 punto por el cálculo de primitivas y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Hasta 1 punto por la condición sobre el rango de la matriz de coeficientes, hasta 1 punto por la condición sobre el rango de la matriz ampliada y 0'5 puntos por el cálculo efectivo de  $a$  y  $b$ .

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el cálculo de  $C$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por expresar el área pedida mediante integrales definidas, 0'5 puntos por el cálculo de primitivas y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Calcula

$$\int_{-2}^0 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx.$$

**Ejercicio 2.** Se sabe que la función  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \frac{1}{2}x + c & \text{si } -1 < x < 0, \\ \sqrt{1-x} & \text{si } 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

es derivable en el intervalo  $(-1, 1)$ .

- [1 punto] Determina el valor de la constante  $c$ .
- [0'5 puntos] Calcula la función derivada  $f'$ .
- [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de  $f$  que son paralelas a la recta de ecuación  $y = -x$ .

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + \lambda y &= \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z &= 1 \\ \lambda x + y &= 2 + \lambda \end{aligned} \right\}.$$

- [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Halla la ecuación de una recta que corte a  $r$  y  $s$  y sea perpendicular al plano  $z = 0$ .



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Sea  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$ .

- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- [1'25 puntos] Halla los extremos relativos (locales) y absolutos (globales) de  $f$ .


**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = (x - 1)e^{2x}$ . Calcula la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, e^2)$ .

**Ejercicio 3.** Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo  $A$ , a 3€ las del tipo  $B$  y a 4€ las del tipo  $C$ , entonces obtiene un total de 20€. Pero si vende a 1€ las del tipo  $A$ , a 3€ las del tipo  $B$  y a 6€ las del tipo  $C$ , entonces obtiene un total de 25€.

- [0'75 puntos] Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.
- [1 punto] Resuelve dicho sistema.
- [0'75 puntos] ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

**Ejercicio 4.** Sean los puntos  $A(1, 0, -1)$  y  $B(2, -1, 3)$ .

- [1'5 puntos] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por  $A$  y por  $B$ .
- [1 punto] Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos  $ABCD$  sabiendo que la recta determinada por los vértices  $C$  y  $D$  pasa por el origen de coordenadas.

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** 1'25 puntos por hacer la descomposición del integrando, 0'75 puntos por obtener una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 2 puntos por el cálculo de la integral indefinida.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Considera la integral definida  $I = \int_1^9 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$ .

- [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables  $1 + \sqrt{x} = t$ .
- [1 punto] Calcula  $I$ .

**Ejercicio 2.**

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola  $y = x^2$  que es paralela a la recta  $-4x + y + 3 = 0$ .
- [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola  $y = x^2$  que pasan por el punto  $(2, 0)$ .

**Ejercicio 3.** Denotamos por  $M^t$  a la matriz transpuesta de una matriz  $M$ .

- [1 punto] Sabiendo que  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  y que  $\det(A) = 4$ , calcula los siguientes determinantes:

$$\det(-3A^t) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

- [0'75 puntos] Sea  $I$  la matriz identidad de orden 3 y sea  $B$  una matriz cuadrada tal que  $B^3 = I$ . Calcula  $\det(B)$ .
- [0'75 puntos] Sea  $C$  una matriz cuadrada tal que  $C^{-1} = C^t$ . ¿Puede ser  $\det(C) = 3$ ? Razona la respuesta.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ .

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en un punto de la misma de ordenada  $y = 1$ , teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
- [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de  $f$ , la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones


$$\left. \begin{array}{l} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{array} \right\}.$$

- [0'5 puntos] Determina los valores de  $m$  para los que  $x = 0$ ,  $y = 1$  y  $z = 0$  es solución del sistema.
- [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema es incompatible.
- [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Considera los puntos  $P(6, -1, -10)$ ,  $Q(0, 2, 2)$  y  $R$ , que es el punto de intersección del plano  $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$  y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{cases}$$

Determina  $\lambda$  sabiendo que los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  están alineados.

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b)** 0'5 puntos por el cálculo de una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos] (b)** Hasta 0'5 puntos por plantear el área pedida como una integral definida, 0'5 puntos por obtener una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento y hasta 0'25 puntos por probar que el punto crítico es en efecto un mínimo.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = 2 - x|x|$ .

- [0'75 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$  en  $x = 0$ .
- [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Considera las funciones  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas, respectivamente, por

$$f(x) = \ln x \quad \text{y} \quad g(x) = 1 - 2^x,$$

siendo  $\ln x$  el logaritmo neperiano de  $x$ . Calcula el área del recinto limitado por las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$  y las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.** [2'5 puntos] Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 0 \\ 2x - 13y + 2z &= 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Determina el valor  $a$  para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de  $a$ .

**Ejercicio 4.** Considera el plano  $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda. \end{cases}$

- [1 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular a  $\pi$  y que contenga a la recta  $r$ .
- [1'5 puntos] ¿Hay algún plano paralelo a  $\pi$  que contenga a la recta  $r$ ? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Se sabe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{a}{2x} \right)$$

es finito. Determina el valor de  $a$  y calcula el límite.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Determina  $b$  sabiendo que  $b > 0$  y que el área del recinto limitado por la parábola de ecuación  $y = \left(\frac{1}{3}x - b\right)^2$  y los ejes coordenados es igual a 8.

**Ejercicio 3.** Se sabe que  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$ . Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos]  $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

(b) [0'75 puntos]  $\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

(c) [1 punto]  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a_{31} & a_{22} - a_{32} & a_{23} - a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$


**Ejercicio 4.** Las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases}$$

contienen dos lados de un cuadrado.

(a) [1'25 puntos] Calcula el área del cuadrado.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

#### Opción A

---

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 0'75 puntos por expresar el área como una integral, 1'25 puntos por calcular una primitiva y 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** 1'25 puntos por determinar el valor de  $a$  y 1'25 puntos por resolver el sistema.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

---

#### Opción B

---

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** 1'5 puntos por el cálculo de  $a$  y 1 punto por el cálculo del límite.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 1'25 puntos por expresar el área como una integral, 0'5 puntos por calcular una primitiva, 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow y 0'25 puntos por el cálculo efectivo de  $b$ .

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

---



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** De la función  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$  y que  $f(2) = 0$ .

- [1'25 puntos] Determina  $f$ .
- [1'25 puntos] Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0, 1)$ .

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$ .

- [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- [1'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de  $f$ . ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de  $f$ ?

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} mx - y &= 1 \\ x - my &= 2m - 1 \end{aligned} \right\}$$

- [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de  $m$ .
- [1 punto] Calcula los valores de  $m$  para los que el sistema tiene una solución en la que  $x = 3$ .

**Ejercicio 4.** Sean los puntos  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(2, 3, 1)$ ,  $C(0, 5, 3)$  y  $D(-1, 4, 3)$ .

- [1 punto] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.
- [0'75 puntos] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos  $ABCD$  es un rectángulo.
- [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Se sabe que la función  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } -1 < x < 0, \\ \frac{x^2 + a}{x + 1} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

es continua en  $(-1, +\infty)$ .

- [1'25 puntos] Halla el valor de  $a$ . ¿Es  $f$  derivable en  $x = 0$ ?
- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .


**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Determina  $b$  sabiendo que  $b > 0$  y que el área de la región limitada por la curva  $y = x^2$  y la recta  $y = bx$  es igual a  $9/2$ .

**Ejercicio 3.** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- [1'25 puntos] Calcula  $A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $A^t \cdot B^t$  y  $C^t \cdot A^t$ , siendo  $A^t$ ,  $B^t$  y  $C^t$  las matrices transpuestas de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respectivamente.
- [1'25 puntos] Razona cuáles de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $A \cdot B$  tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Dados los vectores  $\vec{u} = (2, 1, 0)$  y  $\vec{v} = (-1, 0, 1)$ , halla un vector unitario  $\vec{w}$  que sea coplanario con  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  y ortogonal a  $\vec{v}$ .

	<b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b>	<b>PLANES DE 1994 y DE 2002</b> <b>MATEMÁTICAS II</b>
---	---	--

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de manera efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: "**x puntos por A**", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

**Opción B**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** (a) 0'5 puntos por el cálculo de  $a$ .

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Hasta 1'25 puntos por expresar el área como una integral, 0'5 puntos por calcular una primitiva, 0'5 puntos por aplicar la regla de Barrow y 0'25 puntos por el cálculo efectivo de  $b$ .

**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** (a) 0'5 puntos por el cálculo de  $A \cdot B$  y  $A \cdot C$ , y 0'75 puntos por el cálculo de  $A^t \cdot B^t$  y  $C^t \cdot A^t$ . (b) Hasta 1 punto por el cálculo de la matriz inversa de  $A \cdot B$ .

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Hasta 1'5 puntos por el planteamiento.