

Problemas de decisión estadística

1. Datos de diferentes titulaciones universitarias hacen suponer que la media de años que se requieren para culminar los estudios de psicología es de 7. Para comprobarlo se obtiene una muestra aleatoria simple de 50 expedientes, encontrándose una media de 6 años y una desviación tipo de 4 años. Con un nivel de significación de 0,05 ¿puede mantenerse la afirmación inicial de los siete años?

Esquema: $n=50$; $\bar{X}=6$; $S=4$; $\alpha=0,05$; ¿ $\mu=7$?

Manejamos una distribución muestral de medias grandes (pues $50 > 30$), por lo que procede recurrir a la normal y traducir $\alpha=0,05$ en $Z_{\alpha/2}=1,96$.

A) Enunciado de la hipótesis nula: $H_0 \Rightarrow \mu=7$

Cálculo y decisión a partir de una estimación por intervalo:

B) $e_p = Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n-1}} = 1,96 \frac{4}{\sqrt{50-1}} = 1,12$; $\mu \in (4,88 ; 7,12)_{0,95}$

C) Decisión: dado que el valor que defiende la hipótesis nula (7) se encuentra en el intervalo de los valores esperados, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

Cálculo y decisión a partir de distancias estandarizadas:

B) $Z_o = \frac{|\bar{X} - \mu|}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{|\bar{X} - \mu|}{S/\sqrt{n-1}} = \frac{|6-7|}{4/\sqrt{50-1}} = 1,75$

C) Decisión: dado que la distancia observada (1,75) es inferior a la máxima esperada (1,96) suponiendo cierta la hipótesis nula, entonces ésta es compatible con lo encontrado. Por lo tanto, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

Cálculo y decisión a partir de probabilidades:

B) La traducción de $Z_o=1,75$ en probabilidad suministra un grado de significación de valor
 $1 - (2 \cdot 0,46) = 0,08$

C) Decisión: dado que el riesgo calculado de errar al rechazar la hipótesis nula (0,08) es superior al límite máximo admisible (0,05), no se rechaza. Por ello, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

D) Conclusión: Sí, puede mantenerse la afirmación inicial de los siete años.

2. Tras preguntar a una muestra de 37 personas por su nivel de satisfacción con su operador de telefonía móvil, hemos encontrado un nivel medio de 45 (en una escala de 0 a 100) y una desviación tipo de 10 puntos. Con un nivel de seguridad del 97% ¿puede afirmarse que la satisfacción media de la población es exactamente central, es decir de 50 puntos?

Esquema: $n=37$; $\bar{X}=45$; $S=10$; $\alpha=0,03$; ¿ $\mu=50$?

Manejamos una distribución muestral de medias grandes (pues $37 > 30$), por lo que procede recurrir a la normal y traducir $\alpha=0,03$ en $Z_{\alpha/2}=2,17$.

A) Enunciado de la hipótesis nula: $H_0 \Rightarrow \mu = 50$

Cálculo y decisión a partir de una estimación por intervalo:

B) $e_p = Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n-1}} = 2,17 \frac{10}{\sqrt{37-1}} = 3,62; \mu \in (41,38 ; 48,62)_{0,97}$

C) Decisión: dado que el valor que defiende la hipótesis nula (50) no se encuentra en el intervalo de los valores esperados, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 3%.

Cálculo y decisión a partir de distancias estandarizadas:

B) $Z_o = \frac{|\bar{X} - \mu|}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{|\bar{X} - \mu|}{S/\sqrt{n-1}} = \frac{|45-50|}{10/\sqrt{37-1}} = 3$

C) Decisión: dado que la distancia observada (3) es superior a la máxima esperada (2,17) suponiendo cierta la hipótesis nula, entonces ésta es incompatible con lo encontrado. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 3%.

Cálculo y decisión a partir de probabilidades:

B) La traducción de $Z_o=3,00$ en probabilidad suministra un grado de significación de valor $1 - (2 \cdot 0,4987) = 0,0026$

C) Decisión: dado que el riesgo calculado de errar al rechazar la hipótesis nula (0,0026) es inferior al límite máximo admisible (0,03), asumimos el riesgo. Por ello, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 3%.

D) Conclusión: No puede afirmarse que el nivel medio de satisfacción con el operador de telefonía móvil sea de 50 puntos.

3. El 30% de los turistas que visitaron Estepona el año pasado afirmaron que volverían otra vez. Este año hemos preguntado a 60 turistas al azar. 26 de ellos afirman que volverían de nuevo. ¿Ha cambiado la intención de los turistas? Decide utilizando tanto un $\alpha=0,01$ como $\alpha=0,05$.

Esquema: $n=60; p = \frac{26}{60} = 0,433; \alpha=0,01$ y $0,05; \zeta \pi=0,30?$

Como tanto πn (18) como $(1-\pi)n$ (42) son mayores que 5, procede recurrir a la normal y traducir $\alpha=0,01$ en $Z_{\alpha/2}=2,575$ y $\alpha=0,05$ en $Z_{\alpha/2}=1,96$.

A) Enunciado de la hipótesis nula: $H_0 \Rightarrow \pi = 0,30$

Cálculo y decisión a partir de una estimación por intervalo con $\alpha=0,05$:

B) $e_p = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = 1,96 \sqrt{\frac{0,30(1-0,30)}{60}} = 0,116; \mu \in (0,3173 ; 0,5493)_{0,95}$

C) Decisión: dado que el valor que defiende la hipótesis nula (0,30) no se encuentra en el intervalo de los valores esperados, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

Cálculo y decisión a partir de distancias estandarizadas con $\alpha=0,05$:

B) $Z_o = \frac{|p - \pi|}{\sigma_p} = \frac{|p - \pi|}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} = \frac{|0,4333 - 0,30|}{\sqrt{\frac{0,30(1-0,30)}{60}}} = 2,25$

C) Decisión: dado que la distancia observada (2,25) es superior a la máxima esperada (1,96) suponiendo cierta la hipótesis nula, entonces ésta es incompatible con lo encontrado. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

Cálculo y decisión a partir de probabilidades con $\alpha=0,05$:

B) La traducción de $Z_0=2,25$ en probabilidad suministra un grado de significación de valor
 $1 - (2 \cdot 0,4878) = 0,0244$

C) Decisión: dado que el riesgo calculado de errar al rechazar la hipótesis nula (0,0244) es inferior al límite máximo admisible (0,05), asumimos el riesgo. Por ello, se rechaza la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 5%.

D) Conclusión con $\alpha=0,05$: Sí, ha cambiado la intención de los turistas con respecto a volver de nuevo a Estepona.

Cálculo y decisión a partir de una estimación por intervalo con $\alpha=0,01$:

B) $e_p = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = 2,575 \sqrt{\frac{0,30(1-0,30)}{60}} = 0,1439$; $\mu \in (0,2894 ; 0,5772)_{0,99}$

C) Decisión: dado que el valor que defiende la hipótesis nula (0,30) se encuentra en el intervalo de los valores esperados, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 1%.

Cálculo y decisión a partir de distancias estandarizadas con $\alpha=0,01$:

B) $Z_0=2,25$

C) Decisión: dado que la distancia observada (2,25) es inferior a la máxima esperada (2,575) suponiendo cierta la hipótesis nula, entonces ésta es compatible con lo encontrado. Por lo tanto, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 1%.

Cálculo y decisión a partir de probabilidades con $\alpha=0,01$:

B) De $Z_0=2,25$ ya hemos llegado a un grado de significación de 0,0244

C) Decisión: dado que el riesgo calculado de errar al rechazar la hipótesis nula (0,0244) es superior al límite máximo admisible (0,01), no asumimos el riesgo. Por ello, se mantiene la hipótesis nula utilizando un nivel de significación del 1%.

D) Conclusión con $\alpha=0,01$: No ha cambiado la intención de los turistas con respecto a volver de nuevo a Estepona.